实验报告——用拉伸法测量钢丝的杨氏模量

姓名：杨博涵　　学号：PB20000328　班级：403 组　　实验日期：2021 年 4 月 6 日

一．实验目的

以拉伸法为基础，通过胡克定律以及对光杠杆放大微小量方法的运用，测量出钢丝的杨氏模量。体会光杠杆放大微小量的实验思想，熟练掌握多种测量仪器的使用，掌握作图法和最小二乘法的数据处理方法。

二．实验原理

杨氏模量是表征刚性材料在弹性限度内材料抗压或拉伸性能的物理量，它仅取决于材料本身的物理性质，与样品的尺寸大小，外形和外加力的大小无关。

根据胡克定律，物体的应力F/S与应变$\Delta L/L$有如下关系式

$$\frac{F}{S}=E\frac{\Delta L}{L}$$

其中 E 就是比例系数--杨氏模量。

由于钢丝在一般拉力下伸长量△L 很小，以致不易观察，故采用光杠杆放大法测量。设光杠杆装置中平面镜镜面的法将转过一个 θ 角，D 为镜面到标尺的距离，b 为在拉力 F 作用下标尺读数的改变,l 是支脚尖到刀口的垂直距离，则由小角关系得（几何关系图在讲义中）

$$tan\,2\theta\approx 2\theta=\frac{b}{D}$$

$$\theta\approx tan\,\theta=\frac{\Delta L}{l}$$

以上三式是本实验原理基本式。联立以上三式，得到

$$E=\frac{2DLF}{Slb}$$

此即杨氏模量的计算式，其中$S=\frac{\pi d^2}{4}$。把上式改写为

$$b=\frac{8DL}{\pi d^2 El}F$$

实验中在几何距离一定的前提下，我们测出一系列 b 与 F 的值，用最小二乘法对数据进行线性拟合，得到斜率 k，即可求出杨氏模量。

三．实验仪器

待测金属丝，支架系统，7 个砝码（500g），平面镜，标尺，望远镜，钢卷尺，千分尺，刻度尺等。

四．原始数据

本次实验分 8 组实验，先从第一组开始升序至第八组，从无砝码开始每次增加一个砝码，每组测量一次 b 与 F，再从第八组开始降序至第一组，每次减去一个砝码，每组再测量一次 b 与 F，共 16 组数据。

实验原始 b-F 数据如下：(重力加速度 g 已取 9.80m/s^2)

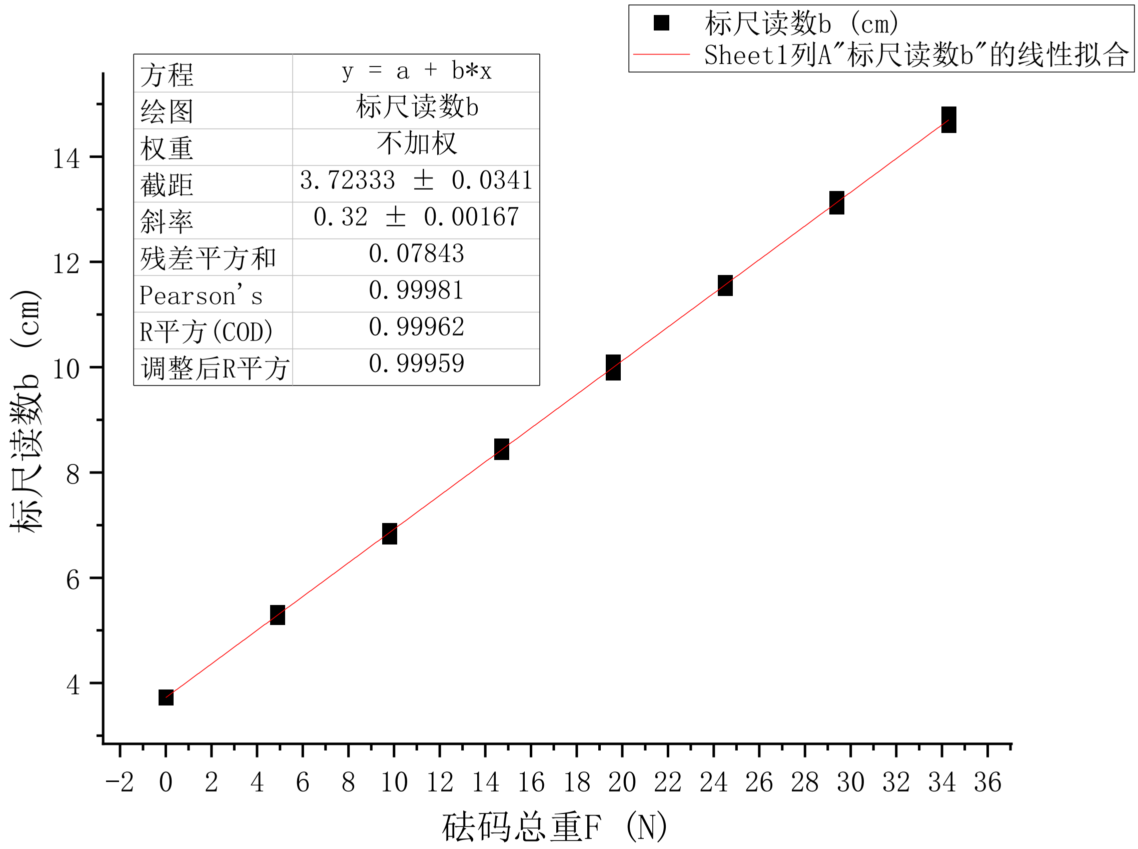
组别	1	2	3	4	5	6	7	8
砝码总重 F/N	0.00	4.90	9.80	14.70	19.60	24.50	29.40	34.30
第一次 b1/cm	3.73	5.34	6.90	8.50	10.10	11.61	13.20	14.81
第二次 b2/cm	3.72	5.25	6.78	8.39	9.90	11.50	13.05	14.60

实验原始几何数据如下:

组别	1	2	3
支脚尖到刀口的垂直距离 l/cm	7.20	7.19	7.20
钢绳长 L/cm	109.50	109.61	109.34
钢绳直径 d/mm	0.292	0.280	0.291
镜面到标尺的距离 D/cm	147.00	147.50	147.30

五．数据处理与误差分析

1. 用 origin 对$\bar{b}$与 F 进行线性拟合，得下图



由图得，斜率$m = 3.20 \times 10^{-3} m/N$

标准差s_m为

$$s_m = m\sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right)/(n-2)} = 1.7 \times 10^{-5} m/N$$

并且相应的，我们需要再乘上置信系数t_p。

查表得，$P = 0.95$且自由度为 14 时的置信系数为 2.12

则斜率的展伸不确定度为

$$u_m = 1.7 \times 10^{-5} m/N * 2.12 = 4 \times 10^{-5} m/N \text{ ,P} = 0.95$$

2. 支脚尖到刀口的垂直距离 l 的平均值

$$\bar{l} = \frac{7.20 + 7.19 + 7.20}{3} cm = 7.197cm$$

支脚尖到刀口的垂直距离的 A 类不确定度

$$u_{Al} = \sqrt{\frac{(7.20-7.197)^2+(7.19-7.197)^2+(7.20-7.197)^2}{3*(3-1)}} cm \ = 0.003cm$$

B 类不确定度是由于刻度尺的允差与人的估计误差导致的，则

$$u_{Bl} = \sqrt{\Delta_{尺}{}^2 + \Delta_{估}{}^2} = \sqrt{0.01^2 + 0.05^2} cm = 0.05cm$$

故支脚尖到刀口的垂直距离的展伸不确定度为（P=0.95）

$$U_l = \sqrt{(t_{0.95}u_{Al})^2 + (k_{0.95}\Delta_{Bl}/C)^2} = \sqrt{(4.30 * 0.003)^2 + (1.960 * 0.05/3)^2} cm = 0.04cm \ , P = 0.95$$

3. 钢绳长 L 的平均值

$$\bar{L} = \frac{109.50 + 109.61 + 109.34}{3} cm = 109.483cm$$

钢绳长的 A 类不确定度

$$u_{AL} = \sqrt{\frac{(109.50-109.483)^2+(109.61-109.483)^2+(109.34-109.483)^2}{3*(3-1)}} cm \ = 0.08cm$$

B 类不确定度是由于钢卷尺的允差与人的估计误差导致的，则

$$u_{BL} = \sqrt{\Delta_{尺}{}^2 + \Delta_{估}{}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2} cm = 0.13cm$$

故钢绳长的展伸不确定度为（P=0.95）

$$U_L = \sqrt{(t_{0.95}u_{AL})^2 + (k_{0.95}\Delta_{BL}/C)^2} = \sqrt{(4.30 * 0.08)^2 + (1.960 * 0.08/3)^2} cm = 0.3cm \ , P = 0.95$$

4. 钢绳直径 d 的平均值

$$\bar{d} = \frac{0.292 + 0.280 + 0.291}{3} mm = 0.2877mm$$

钢绳直径的 A 类不确定度

$$u_{Ad} = \sqrt{\frac{(0.292-0.2877)^2+(0.280-0.2877)^2+(0.291-0.2877)^2}{3*(3-1)}} mm \ = 0.003mm$$

B 类不确定度是由于千分尺的允差与人的估计误差导致的，则

$$u_{Bd} = \sqrt{\Delta_{尺}{}^2 + \Delta_{估}{}^2} = \sqrt{0.004^2 + 0.0005^2} mm = 0.004mm$$

故钢绳直径的展伸不确定度为（P=0.95）

$$U_d = \sqrt{(t_{0.95}u_{Ad})^2 + (k_{0.95}\Delta_{Bd}/C)^2} = \sqrt{(4.30 * 0.003)^2 + (1.960 * 0.004/3)^2} mm = 0.013mm \ , P = 0.95$$

5. 镜面到标尺的距离 D 的平均值

$$\bar{D} = \frac{147.00 + 147.50 + 147.30}{3} cm = 147.267cm$$

镜面到标尺的距离的 A 类不确定度

$$u_{AD} = \sqrt{\frac{(147.00-147.267)^2+(147.50-147.267)^2+(147.30-147.267)^2}{3*(3-1)}} cm \ = 0.15cm$$

B 类不确定度是由于钢卷尺的允差与人的估计误差导致的，则

$$u_{BD} = \sqrt{\Delta_{尺}{}^2 + \Delta_{估}{}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2} cm = 0.13cm$$

故镜面到标尺的距离的展伸不确定度为（P=0.95）

$$U_D=\sqrt{(t_{0.95}u_{AD})^2+(k_{0.95}\Delta_{BD}/C)^2}=\sqrt{(4.30*0.15)^2+(1.960*0.13/3)^2}cm=0.6cm\ \ ,P=0.95$$

6. 由$\mathrm{m}=\frac{8DL}{\pi d^2El}$知，杨氏模量的表达式为

$$E=\frac{8DL}{\pi d^2ml}$$

故杨氏模量 E 的平均值为

$$\bar{E}=\frac{8\bar{D}\bar{L}}{\pi\bar{d}^2m\bar{l}}=\frac{8\times147.267\mathrm{cm}\times109.483cm}{\pi\times(0.2877mm)^2\times3.20\times10^{-3}m/N\times7.197cm}N/\mathrm{cm}^2=2.15\times10^7N/cm^2$$

由不确定度传递公式

$$\frac{U_\mathrm{E}}{\bar{E}}=\sqrt{\left(\frac{U_\mathrm{D}}{\bar{D}}\right)^2+\left(\frac{U_\mathrm{L}}{\bar{L}}\right)^2+\left(\frac{2U_\mathrm{d}}{\bar{d}}\right)^2+\left(\frac{U_\mathrm{m}}{\mathrm{m}}\right)^2+\left(\frac{U_l}{\bar{l}}\right)^2}$$

$$U_g=2.15\times10^7\times\sqrt{\left(\frac{0.6}{147.267}\right)^2+\left(\frac{0.3}{109.483}\right)^2+\left(\frac{2\times0.013}{0.2877}\right)^2+\left(\frac{4\times10^{-5}}{3.20\times10^{-3}}\right)^2+\left(\frac{0.04}{7.197}\right)^2}N/cm^2$$

$$=2\times10^6N/cm^2\ \ ,P=0.95$$

最后，我们得到了杨氏模量 E 的最终表达式为

$$E=(2.2\pm0.2)\times10^7\mathrm{N/cm^2}$$

根据最终结果，我们在一定精度内测得了钢丝杨氏模量的值，实验取得成功。

六．思考与讨论

本实验的重难点在于光学系统的调整，尤其是在望远镜中找到标尺的像并加以聚焦，实验的主要耗时也在这一步。实验的其余部分重点则在于多组测量与反复测量 b。各种几何量的测量也是本实验的重要内容之一。

Q1:利用光杠杆把测微小长度△L 变成测 b，光杠杆的放大率为 2D/L，根据此式能否以增加 D 减小 l 来提高放大率，这样做有无好处？有无限度？应怎样考虑这个问题？

A1:本实验中每一个 F 对应的△L 是确定的，所以关键在于我们观察△L 的精度问题。我认为增加 D 减小 l 的做法在一定范围内可以考虑，因为确实能有效放大△L，使我们易于测量并提高精度。但是这样做有限制条件，一是 D 不能超出钢卷尺量程，且 D 太大一个人不太好测量；二是 l 太小会增大其相对误差；三是 b 不能超过标尺量程，而在实际实验中，如果不注意很容易就会超出标尺量程；四是 l 过小可能使小角近似失效等问题。所以我们可以适当控制放大率。

Q2:实验中，各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的，为什么？

A2:测量长度量时我们要考虑量程与精度的问题。比如本实验中 L 与 D 使用钢卷尺测量就是考虑到其长度远大于 1m，远超过游标卡尺千分尺的量程，且精度要求较低，故选用钢卷尺；而测量 d 用千分尺是从其分度值与精度考虑的，千分尺最适合。所以，物理实验中的仪器选择一定要综合多方面来考虑，才能得到最佳选择。