

实验报告——重力加速度的测量

姓名：杨博涵 学号：PB20000328 班级：403 组 实验日期：2021 年 3 月 30 日

PART 1 单摆法测重力加速度

一. 原始数据

本次实验共测摆长 5 次，测量 50 个周期总时间 5 次。

实验数据如下：(l 是摆长，t 是 50 个周期总时间)

序号	1	2	3	4	5
l/cm	71.15	71.35	71.23	71.18	71.20
t/s	84.37	84.43	84.40	84.63	84.64

表 1 原始数据

二. 误差分析

摆长 l 的平均值

$$\bar{l} = \frac{71.15 + 71.35 + 71.23 + 71.18 + 71.20}{5} \text{cm} = 71.222 \text{cm}$$

50 个周期总时间 t 的平均值

$$\bar{t} = \frac{84.37 + 84.43 + 84.40 + 84.63 + 84.64}{5} \text{s} = 84.494 \text{s}$$

摆长的 A 类不确定度

$$u_{Al} = \sqrt{\frac{(71.15-71.222)^2 + (71.35-71.222)^2 + (71.23-71.222)^2 + (71.18-71.222)^2 + (71.20-71.222)^2}{5 \cdot (5-1)}} \text{cm} = 0.03 \text{cm}$$

B 类不确定度是由于钢卷尺的允差与人的估计误差导致的，则

$$u_{Bl} = \sqrt{\Delta_{尺}^2 + \Delta_{估}^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.05^2} \text{cm} = 0.2 \text{cm}$$

故摆长的展伸不确定度为 (P=0.95)

$$U_l = \sqrt{(t_{0.95} u_{Al})^2 + (k_{0.95} \Delta_{Bl} / C)^2} = \sqrt{(2.78 * 0.03)^2 + (1.960 * 0.2/3)^2} \text{cm} = 0.16 \text{cm}, P = 0.95$$

50 个周期总时间的 A 类不确定度

$$u_{At} = \sqrt{\frac{(84.37-84.494)^2 + (84.43-84.494)^2 + (84.40-84.494)^2 + (84.63-84.494)^2 + (84.64-84.494)^2}{5 \cdot (5-1)}} \text{s} = 0.06 \text{s}$$

B 类不确定度是由于秒表的允差与人的估计误差导致的，则

$$u_{Bt} = \sqrt{\Delta_{表}^2 + \Delta_{估}^2} = \sqrt{0.01^2 + 0.2^2} \text{s} = 0.2 \text{s}$$

故 50 个周期总时间的展伸不确定度为 (P=0.95)

$$U_t = \sqrt{(t_{0.95} u_{At})^2 + (k_{0.95} \Delta_{Bt} / C)^2} = \sqrt{(2.78 * 0.06)^2 + (1.960 * 0.2/3)^2} \text{s} = 0.2 \text{s}, P = 0.95$$

一级近似下单摆的周期公式为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

故重力加速度 g 的平均值为

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{\left(\frac{\bar{t}}{50}\right)^2} = \frac{4 * 3.1416^2 * 0.71222}{\left(\frac{84.494}{50}\right)^2} \text{m/s}^2 = 9.846 \text{m/s}^2$$

由不确定度传递公式

$$\frac{U_g}{g} = \sqrt{\left(2 \frac{U_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{U_l}{l}\right)^2}$$
$$U_g = 9.846 * \sqrt{\left(\frac{2 * 0.2}{84.494}\right)^2 + \left(\frac{0.16}{71.222}\right)^2} m/s^2 = 0.05m/s^2, P = 0.95$$

由上式知, $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$, 说明精度满足实验要求, 实验较为成功。

最后, 得到了重力加速度 g 的最终表达式为

$$g = (9.85 \pm 0.05)m/s^2$$

三. 思考题

Q: 分析基本误差的来源, 提出进行改进的方法。

A: 本实验中主要有 2 个方面的误差, 一个是测量摆长, 由于小球球心位置不确定, 测量时只能大概估计球心的位置; 另一个就是掐表时人为反应的误差, 尤其体现在对起点终点确定上。改进方法如下: 提前在球上标记球心或直接购买有明显球心标识的球, 使用光电门测量 50 个周期时间以减少人为因素等等。

PART 2 自由落体法测重力加速度

一. 实验目的: 运用自由落体运动学公式, 借助光电门测量时间间隔, 使实验小球多次自由落体, 从而间接测量出重力加速度 g

二. 实验原理: 本实验用铁架台上自带刻度尺测出下落距离 h , 用上下两个光电门测出时间差 t 。由于我们固定上光电门, 故从上光电门开始下落的初速度 v_0 一定, 我们只需不断改变下光电门的位置即可。由运动学公式有

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

变形得

$$\frac{h}{t} = v_0 + \frac{1}{2} g t$$

由此, 我们只需要测出一系列 h , t 即可通过最小二乘法作出 $\frac{h}{t}$ 关于 t 的拟合直线, 计算出斜率即得到了重力加速度 g 。

三. 实验仪器: 铁架台 (自带刻度尺), 悬垂线, 两个光电门, 信号处理器, 小球若干。

四. 原始数据

本次实验分 7 组实验, 每组各测一次下落距离 h 与下落时间 t 。

实验数据如下:

序号	1	2	3	4	5	6	7
下落距离 h/cm	20.00	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00	80.00
下落时间 t/s	0.1059	0.1442	0.1784	0.2090	0.2373	0.2633	0.2879
$\frac{h}{t}/m * s^{-1}$	1.889	2.080	2.242	2.392	2.528	2.658	2.779

表2 原始数据

将上述数据通过 Origin 软件进行拟合，得到下图

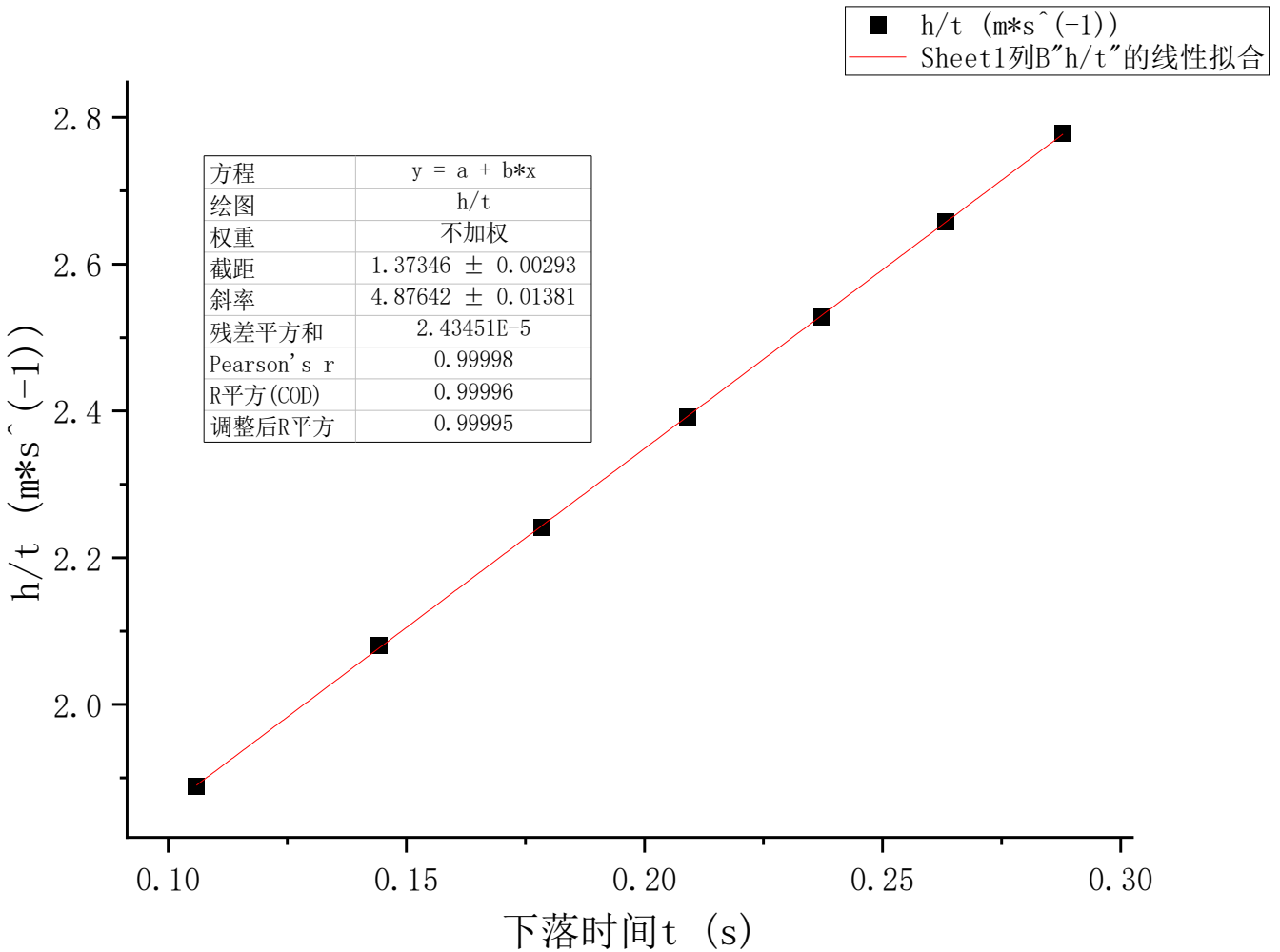


图3 数据拟合图像

五. 误差分析

由 Origin 拟合得到斜率值为 4.876，截距值为 1.373。

相关系数 r 为

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{[x^2 - (\bar{x})^2][y^2 - (\bar{y})^2]}}$$

$$-1 \leq r \leq 1$$

由软件代入数据得到 $r = 0.99998$

斜率 m 与截距 b 的标准差为

$$s_m = m \sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right) / (n - 2)} = 4.876 * \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{0.99998^2} - 1\right)}{(7 - 2)}} = 0.0138$$

$$s_b = \sqrt{x^2} s_m = \sqrt{\frac{0.316}{7}} * 0.014 = 0.003$$

并且相应的，我们需要再乘上置信系数 t_p

查表得， $P = 0.95$ 且自由度为 5 时的置信系数为 2.57

则斜率的展伸不确定度为

$$u_m = 0.0138 * 2.57 = 0.036$$

重力加速度为

$$g = 2m = 2 * 4.876 m * s^{-2} = 9.752 m * s^{-2}$$

其展伸不确定度为

$$u_g = 2 * 0.036 m * s^{-2} = 0.07 m * s^{-2}$$

故重力加速度的最终表达式为

$$g = (9.75 \pm 0.07) m * s^{-2}, P = 0.95$$

由 r 极其逼近于 1 知，线性拟合效果相当不错。最终误差也保证了 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ ，说明精度满足实验要求，

并且最终结果比较接近公认值，由以上数据可知实验较为成功。

六. 思考题

1. 在实际工作中，为什么利用 (1) 式很难精确测量重力加速度 g ?

答：实际工作中经常难以确定初始点的位置以及是否能保证初速度为零，在本实验中就有这样的问题，电磁铁磁性不能瞬间消除，故必存在一小段时间内有剩磁，这样小球运动就不能满足 1 式。所以一般不直接用 1 式计算。

2. 为了提高测量精度，光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取?

答：为了提高精度，准确的说是相对精度，可以考虑使光电门 1 和光电门 2 的位置尽可能远离，以达到‘稀释’误差的效果。

3. 利用本实验的装置，如何测量小球下落到某个位置的瞬时速度?

答：本实验中截距意义是初速度 v_0 ，可以把上光电门固定在该位置，进行上述实验，取截距即可。

4. 利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度 g 的实验方案吗?

答：可以分别记录到达两个光电门的时间 t_1 与 t_2 ，利用 $h = \frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2)$ ，拟合直线即可。

PS: 实验原始数据单已由老师签字，附在同组同学报告上 (叶骁炜 PB20000329)