第二章 量子力学的基本理论框架 (Copenhagen)

基本公设:

描述方法

① 系统状态由量子态描述, 量子态 $|\psi\rangle$ 满足态叠加原理

② 力学量用算符表示 $\hat{A}$

③ 测量: 力学量算符 $\hat{A}$ 的可观测值为算符本征值, 而测量得到某本征值有一定几率 (与本征态性质和系统状态有关) (此时会使波函数瞬间变化)

④ 动力学演化满足 Schrodinger 方程 $i\hbar \partial_t |\psi\rangle = \hat{H}|\psi\rangle$

⑤ 全同性 (单粒子时不考虑)

1. 波粒二象性

粒子性: 定域

波动性: 非定域

取决于测量方式 实在性?

極主观概念!

a. 光的本质 单光子双缝实验

ℬ 波+粒是内禀性质 ⇒ 单光子的非定域波动性 (位置的概率分布)

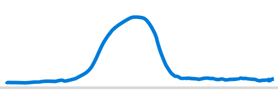
经典: $I = |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2$

量子: ψ

b. 物质波 ⟶ 推广至一切微观粒子

c. Heisenberg 不确定关系

① 轨道 → 必然同时知道 x, p

② 粒子 波包 

$\Delta x = 0$ 定域 粒子性

$\Delta p = 0$ 非定域 波动性

即不可同时为粒子与波

ex、氢原子基态

$$\Delta p \approx p = \sqrt{2mE} \Rightarrow \Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p} \sim 10^{-11}\,m$$

轨道 X

ex. Wilson 云室 可看见细雾滴线  但看到的不是电子"轨道", 而是雾滴的位置

雾滴尺度 ~ μm $\Delta x = 1\mu m \Rightarrow \Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x}$ $E \geq 10^{-9} eV$

d. Bohr 互补原理 盲人摸象?

2. 量子态和算符

a. 摒弃经典概念, 用量子态这一抽象概念描述 $|\psi\rangle$

b. 用特定的线性算符表示力学量 $\hat{A}$

3. 态叠加原理与测量

如 $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle \cdots |\psi_n\rangle$ 均为系统可能状态，则其线性叠加 $\sum C_i|\psi_i\rangle$ 也为系统可能状态。它表示具有 $|\psi_n\rangle$ 性质的相对几率为 $|C_i|^2$

量子态塌缩（测量对体系破坏影响）

例：离散：如 $|\psi_n\rangle$ 具有确定的能量 E_n，当系统处于 $|\psi\rangle = \sum_n C_n|\psi_n\rangle$ 时，测量得到能量为 E_n 的几率为 $\frac{|C_n|^2}{\sum_i |C_i|^2}$，测量后 $|\psi\rangle$ 变成 $|\psi_n\rangle$

（根据研究问题将 $|\psi\rangle$ 分解到不同的本征态基上）

$E, r, p, \cdots$

连续：$|\psi\rangle = \int d^3r\, \psi(r)|r\rangle$ 在 $|\psi\rangle$ 上测量位置，测值在 $r \to r + d^3r$ 空间内几率为 $|\psi(r)|^2$

波函数

例：光子偏振测量

$$E_x \vec{e_x} \cos(kz-\omega t) + E_y \vec{e_y} \cos(kz-\omega t+\varphi)$$

$$= E_0 \left(\vec{\varepsilon_p} \frac{e^{i(kz-\omega t)}}{2} + C \right)$$

其中 $\vec{\varepsilon_p} = \cos\theta \vec{e_x} + \sin\theta e^{i\varphi} \vec{e_y}$，$E_0 = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$

偏振片作用：

经典光，$I \propto \cos^2\theta$

大量统计结果

单光子：检偏仪只能观测到 $\begin{cases} 0 & y\text{方向偏振} \\ 1 & x\text{方向偏振} \end{cases}$

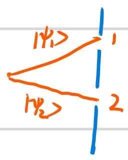
$\cos\theta|\vec{e_x}\rangle + i\sin\theta|\vec{e_y}\rangle$

几率为 $\cos^2\theta$，符合刚才假设

例：干涉实验

经典波：$I = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2|E_1||E_2|\cos\varphi$

量子态叠加：$|\psi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(\underset{\text{从缝1}}{|\psi_1\rangle} + \underset{\text{从缝2}}{|\psi_2\rangle})$



$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \int d^3r \left(\psi_1(r) + \psi_2(r) \right) |r\rangle$$

此时态的空间概率分布 $\left| \frac{\sqrt{2}}{2}(\psi_1(r) + \psi_2(r)) \right|^2 = \frac{1}{2}\left(|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + \underbrace{\psi_2^*\psi_1 + \psi_2\psi_1^*}_{\text{干涉波}}\right)$

讨论：① $|\psi\rangle$ 与 $c|\psi\rangle$ 表示同一个态

② $\{C_n\}$ 本身不可观测（尤其是相位）

③ 同一量子态可以有不同展开方式 （从上面例子可以看出）

4. 干涉实验与实在性

a. 单粒子双缝干涉 内禀

b. 测量的影响：which-way 信息（破坏量子态相干性）与干涉条纹不可同时测得 （部分信息会带来部分塌缩）

c. Schrodinger's Cat

$\alpha|\psi_{alive}\rangle + \beta|\psi_{dead}\rangle$

纠缠态(具有相干性)

尺度越大越脆弱的 直到消相干

是很不稳定，易受环境影响而失去相干性

宏观物体 ⟷ 微观量子叠加态

宏观与微观界限在哪？

内禀属性

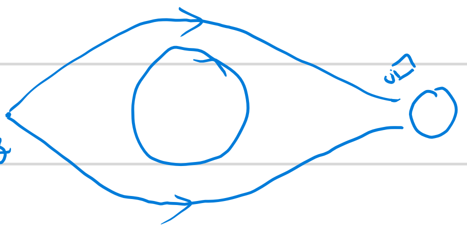
量子自旋
宏观旋转 ＞取决于测量之前知不知道

Bell实验

球同时既黑又红
有50%球红，50%黑 ＞不同

d. John-Wheeler 延迟选择实验

单光子



几十年后的观察会影响之前光子的选择吗？

→ 量子态的坍缩可以非局域

e. Einstein - Podolsky - Rosen 佯谬 (1935)

AB间类空间隔，两点放一粒子，总动量及相对位置可知

A　　　　B

测A的位置，则B的位置已知
测A的动量，则B动量已知
＞亦即在不扰动B的情况下，可分别测出B位置/动量 ⇒ x_B p_B 不依赖于测量而独立存在

Copenhagen: i) 不依赖于测量的经典性质无意义

ii) 对A的测量会影响B的态 (超时空)

* Bohm 自旋版本

纠缠对

$\frac{\sqrt{2}}{2}(|\uparrow\rangle_A|\downarrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A|\uparrow\rangle_B)$　　A确定则B也确定　　(but 经典信息传递仍不能超光速)

f. 隐变量理论　Bohm

存在经典意义的隐变量，不确定性及EPR 源自这些变量决定性的变化

如何验证？ Bell不等式！

假设 { 存在独立于观测的客观实在 (隐变量)
局域性 (不存在类空信息传递)
⇒ 导出 Bell不等式 (经典)

John Clauser 1972 实验 ⇒ 违背Bell不等式

Leggete 不等式 → 某些非局域的隐变量理论不符

9. 实在论

Copenhagen：测量之前，经典性质的实在无意义

Bohm + Bell：可能有非定域的经典实在

Everett：多宇宙诠释

5. 波函数的初步讨论

a. $|\psi\rangle$ 表示抽象的量子态，但量子态可以有多种表述方式，坐标与动量空间的波函数为常见形式

$$|\psi\rangle = \int d^3r\, \psi(r)\, |r\rangle = \int d^3p\, \psi(p)\, |p\rangle$$

$\dfrac{|\psi(r_1)|^2 d^3r_1}{|\psi(r_2)|^2 d^3r_2}$ 表示量子态 $r_1 \to r_1 + dr_1$ 区间内出现的几率与 $r_2 \to r_2 + dr_2$ 区间内出现的几率之比

$\Rightarrow$ 加上归一化条件：$|\psi(r)|^2$ 表示几率密度，$\psi(r)$ 为几率幅

b. 态叠加原理

Born 的几率解释是坐标表象下的态叠加原理，即将 $|\psi\rangle$ 用 $|r\rangle$ 展开，系数为波函数 $\psi(r)$

而 $\psi(p)$ 与 $\psi(r)$ 关系由 Fourier 变换表示：

$$\begin{cases} \psi(r) = \dfrac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \displaystyle\int \psi(p)\, e^{i p\cdot r/\hbar}\, d^3p & \xleftrightarrow{\text{类比}} \quad |\psi\rangle = \displaystyle\int d^3p\, \psi(p)\, |p\rangle \\ \psi(p) = \dfrac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \displaystyle\int \psi(r)\, e^{-i\frac{p\cdot r}{\hbar}}\, d^3r & \end{cases}$$

平面波

prop. $\int |\psi(p)|^2 d^3p = \int |\psi(r)|^2 d^3r = 1$