

实验报告——液体表面张力系数测定

姓名：杨博涵 学号：PB20000328 班级：403 组 实验日期：2021 年 6 月 1 日

一. 实验目的

通过采用焦利氏秤法，测量液体表面张力系数，同时要掌握焦利氏秤的正确使用方式，在过程中体会下段固定弹簧的“三线合一”思想，最后使用最小二乘法拟合数据。

二. 实验原理

液体表面层（其厚度等于分子的作用半径）内的分子所处的环境跟液体内部的分子是不同的。表面层内的分子合力垂直于液面并指向液体内部，使得液体具有尽量缩小其表面的趋势，我们把这样的合力称为表面张力。

可以证明，在液面上划一条直线 L，表面张力 F 方向恒与 L 垂直，大小与 L 成正比，即

$$F = \sigma L$$

式中 σ 称为表面张力系数，它的大小与液体的成分、纯度、浓度以及温度有关，本实验就是要测量它的大小。

为此，我们选用金属丝框拉水膜的方法来进行实验。金属丝框缓慢拉出水面的过程中，金属丝框下面将带起一水膜，当水膜刚被拉断时，诸力的平衡条件为

$$kx = mg + 2\sigma L$$

其中 k 为焦利氏秤弹簧的劲度系数，x 为形变量。

即

$$\sigma = \frac{kx - mg}{2L}$$

但是，k 不是已知的，故我们将已知重量的砝码加在砝码盘中，测出弹簧的伸长量，即可计算该弹簧的 k 值。同时为了保证弹簧下端的位置是固定的，必须保证玻璃圆筒 E 上的刻线、小平面对应的刻线、E 上的刻线在小平面对应的象三线对齐。

已知 k 以后就可以通过多组实验来最小二乘法拟合 σ -x 曲线并用上式计算表面张力系数。

三. 实验仪器

焦利氏秤，金属线框，金属线圈，若干砝码（0.5g，1g），烧杯，水，洗洁精，针管，刻度尺等。

四. 原始数据

1. 弹簧劲度系数测量

组别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
砝码质量 m/g	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
示数 x/cm	2.05	2.62	3.23	3.72	4.25	4.78	5.30	5.78	6.32	6.83

2. 几何数据

金属丝两腿距离 s/cm	4.09	4.10	4.10
金属环直径 d/cm	3.50	3.52	3.47

3. 液膜破裂临界数据

	初始示数 l_0 /cm	破裂时示数 l/cm				
自来水	1.97	3.42	3.44	3.42	3.42	3.41
洗洁精	1.73	2.08	2.03	2.06	2.02	2.05

4. 拓展实验数据（使用金属框）

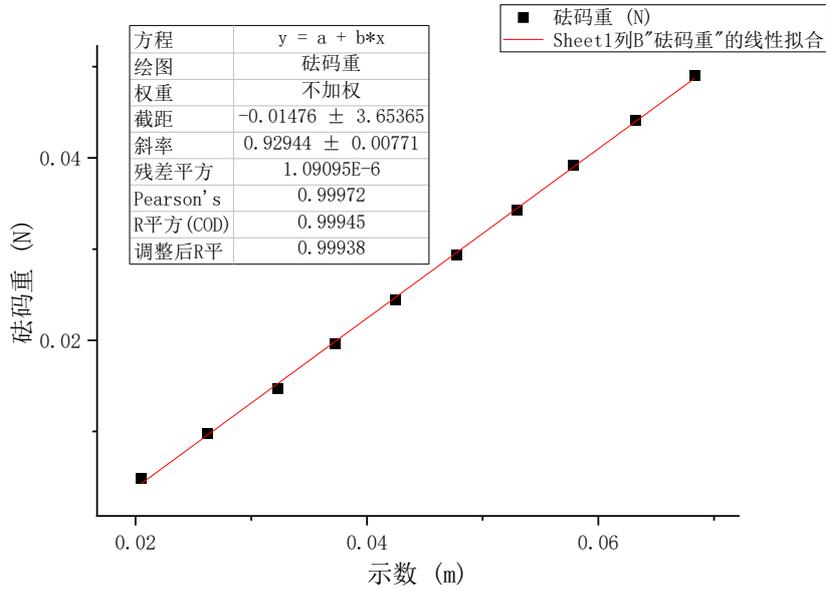
初始距离:1.77cm

破裂示数 l/cm	2.08	2.09	2.10
体积比	200:10	200:20	800:20

五. 数据处理与误差分析

1. 弹簧劲度系数 k

将砝码重 G 与示数 x 的进行 G-x 图拟合



读图，得弹簧劲度系数 k 为

$$k = 0.929 \text{ N/m}$$

其不确定度为

$$u_k = 0.008 \text{ N/m}$$

2. 金属环直径 d 的平均值

$$\bar{d} = \frac{3.50 + 3.52 + 3.47}{3} \text{ cm} = 3.50 \text{ cm}$$

金属环直径的 A 类不确定度

$$u_{Ad} = \sqrt{\frac{(3.50-3.50)^2 + (3.52-3.50)^2 + (3.47-3.50)^2}{3*(3-1)}} \text{ cm} = 0.015 \text{ cm}$$

B 类不确定度是由于刻度尺的允差与人的估计误差导致的，则

$$u_{Bd} = \sqrt{\Delta_{尺}^2 + \Delta_{估}^2} = \sqrt{0.015^2 + 0.02^2} \text{ cm} = 0.025 \text{ cm}$$

故金属环直径的展伸不确定度为 (P=0.95)

$$U_d = \sqrt{(t_{0.95} u_{Ad})^2 + (k_{0.95} \Delta_{Bd}/C)^2} = \sqrt{(4.30 * 0.015)^2 + (1.960 * 0.025/3)^2} \text{ cm} = 0.07 \text{ cm}, P = 0.95$$

3. 金属框两脚距离 s 的平均值

$$\bar{s} = \frac{4.09 + 4.10 + 4.10}{3} \text{ cm} = 4.10 \text{ cm}$$

金属框两脚距离的 A 类不确定度

$$u_{As} = \sqrt{\frac{(4.09-4.10)^2 + (4.10-4.10)^2 + (4.10-4.10)^2}{3*(3-1)}} \text{ cm} = 0.004 \text{ cm}$$

B 类不确定度是由于刻度尺的允差与人的估计误差导致的，则

$$u_{Bs} = \sqrt{\Delta_{尺}^2 + \Delta_{估}^2} = \sqrt{0.015^2 + 0.02^2} \text{ cm} = 0.025 \text{ cm}$$

故金属框两脚距离的展伸不确定度为 (P=0.95)

$$U_s = \sqrt{(t_{0.95}u_{As})^2 + (k_{0.95}\Delta_{Bs}/C)^2} = \sqrt{(4.30 * 0.004)^2 + (1.960 * 0.025/3)^2} cm = 0.02cm, P = 0.95$$

4. 自来水膜破裂时弹簧伸长量 l_1 的平均值

$$\bar{l}_1 = \frac{3.42 + 3.44 + 3.42 + 3.42 + 3.41}{5} cm = 3.42cm$$

弹簧对应伸长量的 A 类不确定度

$$u_{A1_1} = \sqrt{\frac{(3.42-3.42)^2 + (3.42-3.44)^2 + (3.42-3.42)^2 + (3.42-3.42)^2 + (3.41-3.42)^2}{5*(5-1)}} cm = 0.005cm$$

B 类不确定度是由于游标卡尺的允差导致的, 则

$$u_{B1_1} = \sqrt{\Delta_{\mathcal{R}}^2} = 0.002cm$$

故弹簧对应伸长量的展伸不确定度为 (P=0.95)

$$U_{1_1} = \sqrt{(t_{0.95}u_{A1_1})^2 + (k_{0.95}\Delta_{B1_1}/C)^2} = \sqrt{(2.78 * 0.005)^2 + (1.645 * 0.002/\sqrt{3})^2} cm = 0.014cm, P = 0.95$$

5. 洗洁精膜破裂时弹簧伸长量 l_2 的平均值

$$\bar{l}_2 = \frac{2.08 + 2.03 + 2.06 + 2.02 + 2.05}{5} cm = 2.05cm$$

弹簧对应伸长量的 A 类不确定度

$$u_{A1_2} = \sqrt{\frac{(2.08-2.05)^2 + (2.03-2.05)^2 + (2.02-2.05)^2 + (2.06-2.05)^2 + (2.05-2.05)^2}{5*(5-1)}} cm = 0.01cm$$

B 类不确定度是由于游标卡尺的允差导致的, 则

$$u_{B1_2} = \sqrt{\Delta_{\mathcal{R}}^2} = 0.002cm$$

故弹簧对应伸长量的展伸不确定度为 (P=0.95)

$$U_{1_2} = \sqrt{(t_{0.95}u_{A1_2})^2 + (k_{0.95}\Delta_{B1_2}/C)^2} = \sqrt{(2.78 * 0.01)^2 + (1.645 * 0.002/\sqrt{3})^2} cm = 0.03cm, P = 0.95$$

6. 由原理知, 表面张力系数 σ 的表达式为

$$\sigma = \frac{kl-mg}{2L} = \frac{k(l-l_0)}{2L}$$

自来水表面张力系数 σ 的平均值为

$$\bar{\sigma} = \frac{k(l_1-l_0)}{2\pi d} = \frac{0.929N/m \times (3.42-1.97) \times 10^{-2}m}{2 \times \pi \times 0.0350m} = 0.0612N/m$$

由不确定度传递公式

$$\frac{U_\sigma}{\bar{\sigma}} = \sqrt{\left(\frac{U_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{U_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{U_{l_1}}{l_1-l_0}\right)^2 + \left(\frac{U_{l_0}}{l_1-l_0}\right)^2}$$

$$U_\sigma = 0.0612 \times \sqrt{\left(\frac{0.008}{0.929}\right)^2 + \left(\frac{0.07}{3.50}\right)^2 + \left(\frac{0.014}{3.42-1.97}\right)^2 + \left(\frac{1.645 * 0.002/\sqrt{3}}{3.42-1.97}\right)^2} N/m$$

$$= 0.0015N/m, P = 0.95$$

洗洁精表面张力系数 σ 的平均值为

$$\bar{\sigma} = \frac{k(l_2-l_0)}{2s} = \frac{0.929N/m \times (2.05-1.73) \times 10^{-2}m}{2 \times 0.0410m} = 0.0363N/m$$

由不确定度传递公式

$$\frac{U_\sigma}{\bar{\sigma}} = \sqrt{\left(\frac{U_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{U_s}{s}\right)^2 + \left(\frac{U_{l_2}}{l_2-l_0}\right)^2 + \left(\frac{U_{l_0}}{l_2-l_0}\right)^2}$$

$$U_\sigma = 0.0363 \times \sqrt{\left(\frac{0.008}{0.929}\right)^2 + \left(\frac{0.02}{4.10}\right)^2 + \left(\frac{0.03}{2.05-1.73}\right)^2 + \left(\frac{1.645 \times 0.002/\sqrt{3}}{2.05-1.73}\right)^2} N/m$$
$$= 0.003N/m, P = 0.95$$

最后，我们得到了自来水表面张力系数 σ_1 与洗洁精表面张力系数 σ_2 的最终表达式为

$$\sigma_1 = (0.0612 \pm 0.0015)N/m$$

$$\sigma_2 = (0.036 \pm 0.003)N/m$$

六. 思考与讨论

通过最终数据我们可以看出，洗洁精浓度对表面张力系数有很大的影响。但是由于曲线坡度过陡，不容易完整画出曲线，这里做出忽略。

思考：

1. 焦利氏秤法测定液体的表面张力有什么优点？

答：焦利氏秤与普通弹簧的最大区别是在测量过程中保持下端固定在某一位置，靠上端的位移大小来确定伸长值。这种设计克服了普通弹簧在测量时会将自身形变量附加到下方金属圈的位移上这一问题，即一移动烧杯，弹簧形变量改变，金属丝也会跟着运动，这样是很难迅速测出液膜即将破裂时的 F 的（不易确定临界点）。而采用焦利氏秤便可以方便地测量表面张力。

2. 焦利氏秤的弹簧为什么做成锥形？

答：为了克服因弹簧自重引起弹性系数的变化。

3. 拉脱法测定液体表面张力系数存在哪些误差。

答：临界点寻找（液膜破裂瞬间）有偏差，液体不纯，测量直径时的确定误差，人为读数误差，弹簧自重没有完全平衡掉等。