

核磁共振

作者：杨博涵 PB20000328

摘要：本文先针对核磁共振探讨了原子核磁矩在外磁场中的共振原理，提出了共振条件。后设计实验方案采用扫频法研究调制场和外场对氢 (^1H)、氟 (^{19}F) 共振信号波形的影响，并测量数据，通过计算、分析得出了氢 (^1H)、氟 (^{19}F) 的旋磁比与朗德因子，探究了反解外场的方法。

关键词：核磁共振；大学物理实验；共振信号；原子核；塞曼效应

1 引言 (Introduction)

1.1 实验背景

核磁共振是 1946 年由美国斯坦福大学布洛赫 (F. Bloch) 和哈佛大学珀塞尔 (E. M. Purcell) 各自独立发现的，两人因此获得 1952 年诺贝尔物理学奖。自旋不为零的粒子，如电子和质子，具有自旋磁矩。由它们和其它粒子组成的原子、分子、离子，也可以有不为零的总磁矩。在稳恒外磁场作用下，这些物质在外磁场作用下自旋能级发生塞曼分裂并对电磁辐射能的共振吸收现象，称为磁共振。

磁共振有许多分支，如核磁共振 (NMR)，电子自旋共振 (ESR)，顺磁共振 (EPR)，铁磁共振 (FMR)，光泵磁共振 (PMR)，回旋共振，分子束和离子束磁共振等。本次实验研究核磁共振。

核磁共振在医学上有着广泛的应用，由于其能反映物质结构和物质内部动态信息而又不破坏物质结构本身，核磁共振已经成为疾病检查的重要手段，可帮助医生“看见”不易察觉的早期病变和肿瘤。而且其具有较高的灵敏度和分辨本领，因而在物理、化学、生物、医学、计量等领域得到广泛应用。

核磁共振适合于液体、固体。如今的高分辨技术，还将核磁用于了半固体及微量样品的研究，对微量物质的特征测量是其重要应用方向。现在核磁谱图已经从过去的一维谱图 (1D) 发展到如今的二维 (2D)、三维 (3D) 甚至四维 (4D) 谱图，陈旧的实验方法被放弃，新的实验方法迅速发展，它们将分子结构和分子间的关系表现得更加清晰，也代表核磁共振方法的新革命。

1.2 实验原理

关于原子核为何会发生核磁共振现象，我们可以分别从经典和量子的角度说明解释。

从经典的图像看，一个有一定质量的高速旋转的物体受到外场作用时，当自转轴不与外场作用方向平行时，就会产生进动，所以原子核会在磁场中产生进动，称为拉莫尔进动，如图 1。

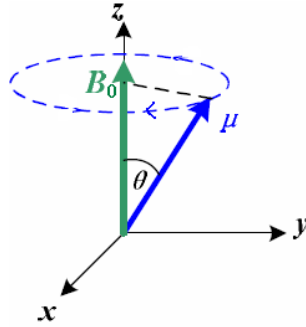


图 1 拉莫尔进动

由经典电磁理论，在外场 B_0 中，原子的角频率应为

$$\omega_0 = \gamma B_0$$

其中 ω_0 称为Larmor频率， $\gamma = g \frac{q}{2m}$ 为旋磁比， g 为朗德因子。

如果这时在 xy 平面中加一个旋转磁场 B_1 ，当 B_1 的角频率与进动的角频率 ω_0 相等时，磁矩与 B_1 相对静止，那么会使磁矩再绕 B_1 产生进动，结果使夹角增大，说明原子核吸收能量，势能增加，如图 2。这就是核磁共振的经典解释。

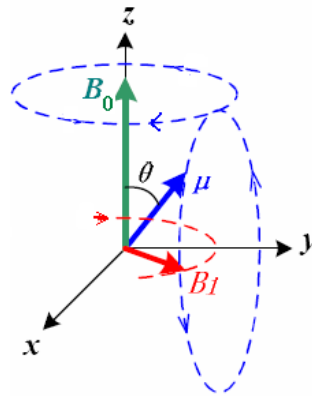


图 2 磁共振

从量子的角度看，由于原子核是带电荷的粒子，旋转时即产生一小磁场，所以自旋是原子的内禀状态，约有半数以上的原子核具有自旋。由于电子的轨道磁矩和自旋磁矩耦合成总磁矩，并且空间取向是量子化的，即 $L_z = m\hbar/2\pi$ ，磁场作用下的附加能量不同，引起能级分裂。在外磁场中，总自旋为零的原子表现出正常塞曼效应，总自旋不为零的原子表现出反常塞曼效应。具有自旋角动量不为零的原子核，如电子和质子，具有相应的核自旋磁矩 μ ，简称核磁矩，其大小为 $\mu = \gamma L$ 。

原子核的结构不同， g 的数值不同，符号可能为正，也可能为负。没有磁场时，核磁矩可以指向任意方向。当我们把核磁矩不为零的核放入稳恒磁场 B_0 中，原子核将按一定方式

$$\mu_z = g \frac{e}{2M} P_z = g \frac{\hbar e}{2M} m = g\mu_N m$$

重新排列。设磁场 B_0 方向沿z轴方向，核自旋磁矩在z方向的分量为

$$\text{其中 } \mu_N = \frac{\gamma \hbar}{2\pi g} \text{ 是核磁子。}$$

这些原子核的能量在强磁场中将分裂成两个或两个以上的量子化能级，即塞曼效应。塞曼效应证实了原子磁矩的空间量子化。

设磁场 B_0 方向沿z轴方向，磁矩为 μ 的原子核在外磁场 B_0 中的势能为

$$E = -\bar{\mu} \cdot \bar{B}_0 = -\mu_z B_0 = -\gamma P_z B_0 = -\gamma m \hbar B_0$$

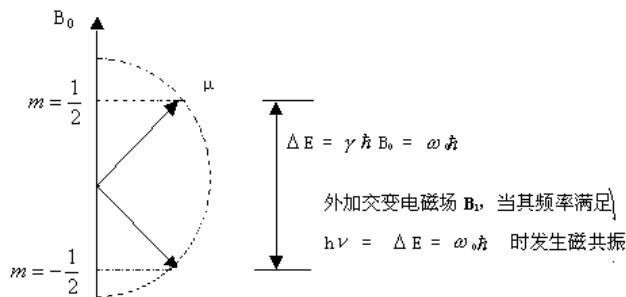
能量间隔为：

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0$$

当适当波长的电磁辐射照射这些在磁场中的核时，原子核便在这些磁诱导能级之间发生跃迁，并产生强弱不同的共振信号。理论证明，垂直交变场的频率满足

$$2\pi\nu_0 = \gamma B_0 = \omega_0$$

时，低能级上的粒子就要吸收交变电磁场的能量产生跃迁，即所谓的核磁共振。



$I = 1/2$ 的粒子磁矩在磁场中的取向及能级

图3 塞曼效应

实现磁共振有两种主要途径，一种是固定磁场 B_0 ，连续改变高频磁场的频率，这种方法称为扫频法；另一种方法是固定高频磁场的频率，在共振磁场强度附近连续改变场强，扫过共振点，这种方法称为扫场法。本实验采用扫频法。

2 实验内容

2.1 实验仪器与方案

实验装置主要由样品探头、电磁铁、边限振荡器、频率计、示波器、调压变压器、磁感应线圈等几部分构成。样品水包括氢（ ^1H ）、氟（ ^{19}F ）。永磁铁提供稳恒外磁场 B_0 ，中心磁感应强度为 0.58T。边限振荡器产生射频场，提供一个垂直于稳恒外磁场的高频电磁场频率（旋转磁场 B_1 ）。同时也将探测到的共振电信号放大后输出到示波器，边限振荡器的频率由频率计读出。绕在永磁铁外的磁感应线圈其提供一个叠加在永磁铁上的扫场（调制场）。调压变压器则为磁感应线圈提供 50 周的扫场电压。用频率计读取射频场的频率。并用示波器观察共振信号。

在永磁铁 B_0 上叠加一个低频交变磁场 $B_m \sin \omega t$ ， ω 为市电频率 50Hz，远低于射频场频率，样品所在区域的实际磁场为 $B_0 + B_m \sin \omega t$ ，核相邻两能级能量差 $\gamma \frac{\hbar}{2\pi} (B_0 + B_m \sin \omega t)$

有一个连续变化的范围。我们调节射频场的频率,使射频场的能量进入这个范围,使某一时刻 $\omega = \gamma(B_0 + B_m \sin \omega t)$ 总成立。调节射频场的频率 ν 使共振信号等间距,此时 $\nu = \frac{\gamma B_0}{2\pi}$ 。

读出频率计的示数便可求出 γ ,如图4。

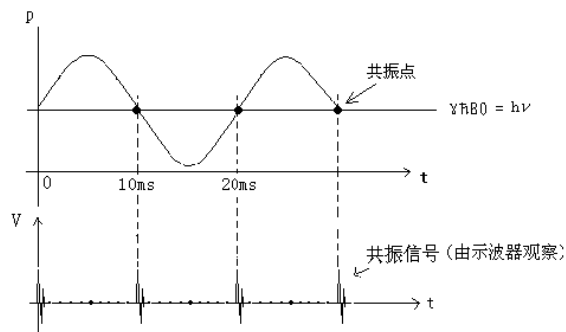


图4 扫频法

2.2 实验数据

1. 观察 B_m 与 ν 对 ^1H 的影响

经过观察我们发现,当交变场频率 $\nu < 24.5690\text{MHz}$ 时,基本上看不见波形。而当频率在 24.5690MHz 左右的时候,突然出现相应波峰,如图5

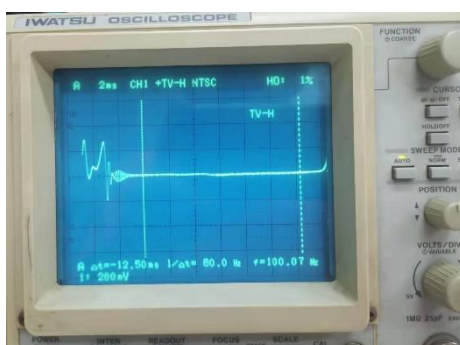


图5 临界阶段

之后从 24.5690MHz 到 24.6401MHz 可以肉眼看见4个峰,如图6(不是4个峰是手机扫描频率的问题)

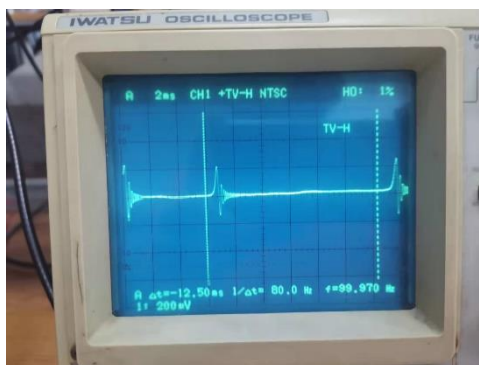


图6 中间阶段

当频率在24.6401MHz左右的时候，再一次到达临界状态，如图7

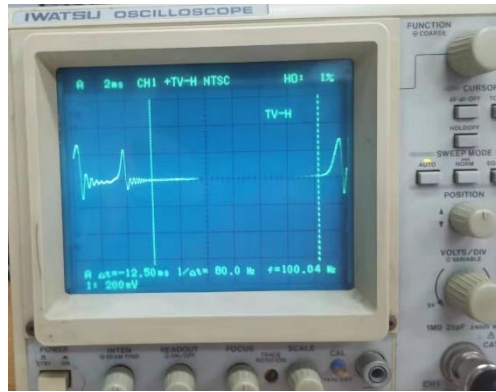


图7 再一次临界阶段

频率若再加大峰将消失。

固定频率，转而调节交变电压，发现在30V以下是没有波形的，从30V开始有波形，并且之后始终存在。

2. 观察 B_m 与 v 对 ^{19}F 的影响

与 ^1H 的情况较为相似，有波形的频率区间为[23.1070MHz, 23.1928MHz]，波形形状与 ^1H 略有不同，呈尖峰形，如图8。

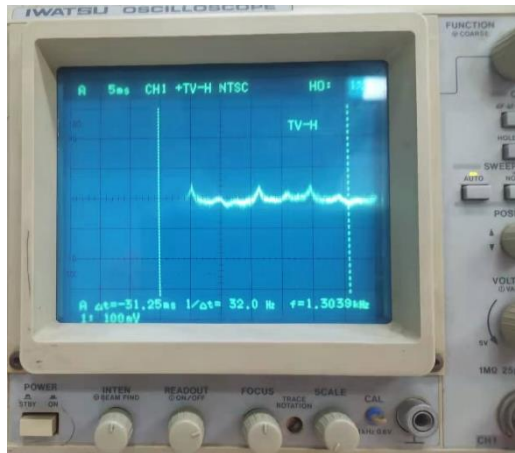


图8 ^{19}F 波形

3. 测量 ^1H 的 γ 与 g

原始数据如下：

| 组别 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 平均 |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 频率(MHz) | 24.6048 | 24.6049 | 24.6050 | 24.6049 | 24.6048 | 24.6049 | 24.6049 |

表1

4. 测量¹⁹F的 γ 与g

原始数据如下：(3.7)

| | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 组别 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 平均 |
| 频率(MHz) | 23.1495 | 23.1492 | 23.1483 | 23.1485 | 23.1497 | 23.1480 | 23.1489 |

表 2

5. 不同位置的磁场测量

原始数据如下：

| | | | | | | | |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 距离(cm) | 组别 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2.2 | 频率(MHz) | 24.6070 | 24.6071 | 24.6070 | 24.6068 | 24.6069 | 24.6071 |
| 2.8 | | 24.6097 | 34.6095 | 24.6093 | 24.6095 | 24.6092 | 24.6094 |
| 3.1 | | 24.6085 | 24.6077 | 24.6083 | 24.6096 | 24.6081 | 24.6082 |
| 3.5 | | 24.6057 | 24.6060 | 24.6053 | 24.6052 | 24.6065 | 24.6061 |
| 4.0 | | 24.6053 | 24.6065 | 24.6057 | 24.6043 | 24.6054 | 24.6053 |

表 3

3 实验结果讨论与思考

1. 测量¹H的 γ 与g

由实验原理知

$$2\pi\nu_0 = \gamma B_0 = \omega_0$$

旋磁比的平均值为

$$\bar{\gamma}_H = \frac{2\pi\bar{\nu}}{B_0} = \frac{2\pi \times 24.6049\text{MHz}}{0.58\text{T}} = 266.547\text{MHz/T}$$

频率 ν_0 的不确定度为

$$u_\nu =$$

$$\sqrt{\frac{(24.6048-24.6049)^2+(24.6049-24.6049)^2+(24.6050-24.6049)^2+(24.6049-24.6049)^2+(24.6048-24.6049)^2+(24.6049-24.6049)^2}{6 \cdot (6-1)}}$$

$$= 3.1623 \times 10^{-5}\text{MHz}$$

由于实验时只是取了计数器的六位有效数字，所以可以认为B类不确定度为0。

故频率 ν_0 的展伸不确定度为(P=0.95)

$$U_\nu = \sqrt{(t_{0.95}u_\nu)^2} = \sqrt{(2.57 * 3.1623 \times 10^{-5})^2} = 1 \times 10^{-4}\text{MHz}, P = 0.95$$

不确定度传递公式为

$$\frac{U_{Y_H}}{Y_H} = \sqrt{\left(\frac{U_v}{v}\right)^2}$$

故

$$U_{Y_H} = 266.547 \text{MHz} * T^{-1} \times \frac{8.1271 \times 10^{-5} \text{MHz}}{24.6049 \text{MHz}} = 9 \times 10^{-4} \text{MHz} * T^{-1}$$

最终旋磁比的测量结果为

$$Y_H = 266.547 \pm 0.001 \text{MHz} * T^{-1}, P = 0.95$$

朗德因子的平均值

$$\bar{g} = \frac{h\bar{v}}{B_0\mu_N} = \frac{6.6261 \times 10^{-34} \text{J} * s \times 24.6049 \text{MHz}}{0.58 \text{T} \times 3.15245 \times 10^{-14} \text{MeV} * T^{-1}} = 5.56533$$

不确定度为

$$U_g = 5.56533 \times \frac{8.1271 \times 10^{-5} \text{MHz}}{24.6049 \text{MHz}} = 2 \times 10^{-5} \text{MHz} * T^{-1}$$

最终朗德因子的测量结果为

$$g = 5.56533 \pm 0.00002 \text{MHz} * T^{-1}, P = 0.95$$

2. 测量¹⁹F的γ与g

旋磁比的平均值为

$$\bar{\gamma}_F = \frac{2\pi\bar{v}}{B_0} = \frac{2\pi \times 23.1489 \text{MHz}}{0.58 \text{T}} = 250.774 \text{MHz/T}$$

频率 v_0 的不确定度为

$$u_v =$$

$$\sqrt{\frac{(23.1495-23.1489)^2+(23.1492-23.1489)^2+(23.1483-23.1489)^2+23.1485-23.1489^2+(23.1497-23.1489)^2+(23.1480-23.1489)^2}{6*(6-1)}}$$

$$= 2.8402 \times 10^{-4} \text{MHz}$$

故频率 v_0 的展伸不确定度为 (P=0.95)

$$U_v = \sqrt{(t_{0.95}u_v)^2} = \sqrt{(2.57 * 2.8402 \times 10^{-4})^2} = 7.299 \times 10^{-4} \text{MHz}, P = 0.95$$

不确定度传递公式为

$$\frac{U_{Y_F}}{Y_F} = \sqrt{\left(\frac{U_v}{v}\right)^2}$$

故

$$U_{Y_F} = 250.774 \text{MHz} * T^{-1} \times \frac{7.299 \times 10^{-4} \text{MHz}}{23.1489 \text{MHz}} = 8 \times 10^{-3} \text{MHz} * T^{-1}$$

最终旋磁比的测量结果为

$$\gamma = 250.774 \pm 0.008 \text{MHz} * T^{-1}, P = 0.95$$

朗德因子的平均值

$$\bar{g} = \frac{h\bar{\nu}}{B_0\mu_N} = \frac{6.6261 \times 10^{-34} \text{J} * s \times 23.1489 \text{MHz}}{0.58 \text{T} \times 3.15245 \times 10^{-14} \text{MeV} * T^{-1}} = 5.23600$$

不确定度为

$$U_g = 5.23600 \times \frac{7.299 \times 10^{-4} \text{MHz}}{23.1489 \text{MHz}} = 1.65 \times 10^{-4} \text{MHz} * T^{-1}$$

最终朗德因子的测量结果为

$$g = 5.2360 \pm 0.0002 \text{MHz} * T^{-1}, P = 0.95$$

3. 不同位置的磁场测量

由实验原理知

$$B_0 = \frac{h\nu}{g\mu_N}$$

所以只要测量不同位置的 ν 就可以反推磁场大小。

这里我们选取一组数据抖动程度最大的数据组为例进行数据处理，其余四组处理完全一样，最终大小应大致相同，即永磁体磁场为匀场。

当距离为 4.0cm 时，频率的平均值为

$$\bar{\nu} = \frac{24.6053 + 24.6065 + 24.6057 + 24.6043 + 24.6054 + 24.6053}{6} \text{MHz} = 24.6054 \text{MHz}$$

磁场平均值为

$$\bar{B}_0 = \frac{h\bar{\nu}}{g\mu_N} = \frac{6.62607 \times 10^{-34} \text{J} * s \times 24.6054 \text{MHz}}{5.56533 \times 3.15245 \times 10^{-14} \text{MeV} * T^{-1}} = 0.580014 \text{T}$$

频率 ν_0 的不确定度为

$$u_\nu =$$

$$\sqrt{\frac{(24.6053-24.6054)^2+(24.6065-24.6054)^2+(24.6057-24.6054)^2+(24.6043-24.6054)^2+(24.6054-24.6054)^2+(24.6053-24.6054)^2}{6*(6-1)}}$$

$$= 2 \times 10^{-4} \text{MHz}$$

频率 ν_0 的展伸不确定度为 (P=0.95)

$$U_\nu = \sqrt{(t_{0.95}u_\nu)^2} = \sqrt{(2.57 * 2 \times 10^{-4})^2} = 5 \times 10^{-4} \text{MHz}, P = 0.95$$

不确定度传递公式为

$$\frac{U_B}{B_0} = \sqrt{\left(\frac{U_\nu}{\nu}\right)^2 + \left(\frac{U_g}{g}\right)^2}$$

故

$$U_B = 0.580014T \times \sqrt{\left(\frac{5 \times 10^{-4}MHz}{24.6054MHz}\right)^2 + \left(\frac{0.00002}{5.56533}\right)^2} = 1 \times 10^{-5}T$$

最终旋磁比的测量结果为

$$B_0 = 0.58001 \pm 0.00001MHz * T^{-1}, P = 0.95$$

通过计算我们发现，4.0cm处 B_0 几乎为0.58T，说明永磁体内部磁场均匀性很好。

其余组的计算结果应集中在0.58T周围，计算过程略去，我们将结果以表格形式给出。

| | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 距离 (cm) | 2.2 | 2.8 | 3.1 | 3.5 | 4.0 |
| 平均值 (T) | 0.580049 | 0.580096 | 0.580082 | 0.580021 | 0.580014 |

表 4

结果有些许波动和偏差，是与主观判断等间距点偏差和示波器噪声过大有关系的，实际上应基本一样。

4. 思考题 4

问： B_0 、 \tilde{B} 、 B_1 的作用是什么？如何产生，它们有何区别？

答： B_0 是永磁铁产生的水平稳恒磁场，促进能级分裂，产生塞曼效应； \tilde{B} 由线圈产生，是水平调制磁场，目的是提升观察窗口以便寻找共振信号； B_1 是由边限振荡器产生的竖直电磁场，目的是使原子核能级跃迁，产生磁共振现象。虽然都是磁场，但是他们的作用截然不同， B_0 、 B_1 是实验的核心磁场，而 \tilde{B} 则是为了实验观察性更好而加上的，对实验原理没有本质影响。

4 总结 (Conclusion)

本实验中笔者详细阐述了核磁共振实验的实验原理，展示了 1H 和 ^{19}F 的共振波形在不同的外场条件下的不同表现，并通过详细的数据分析与计算测定了 1H 和 ^{19}F 的旋磁比与朗德因子，并反推了不同位置的磁场。

通过本次实验，笔者锻炼了文献调查的能力，增进了对核磁共振现象的理解，也有助于原子物理同步课堂的学习。笔者谨慎调节，锻炼了对示波器波形的调试能力。最后多次测量，得到了 1H 和 ^{19}F 的旋磁比与朗德因子，激发了笔者对原子物理学习的兴趣。

5 致谢 (Acknowledgement)

感谢光双魁学长给笔者技术上的指导和耐心的答疑解释，也感谢物理教学实验中心提供的宝贵实验机会。

6 参考文献:

- [1] 核磁共振讲义
- [2] 刘竹琴, 薛昭敏, 何香林. 振荡幅度对核磁共振信号影响的实验研究[J]. 延安大学学报, 2021
- [3] 百度百科: 塞曼效应