

实验须知

傅里叶光学实验后需要提交完整实验报告，实验报告格式请参考本实验讲义最后的报告模板。

1. 预习阶段

- (1) 认真阅读实验讲义。可查阅与实验相关的资料。
- (2) 预习后不需要写预习报告，**上课前在实验教学平台完成预习思考题。**

2. 实验阶段

- (1) 维护良好的课堂秩序，在实验室内尽量保持安静。
- (2) 维护整洁的实验环境，不要将水杯、饮料等放在实验台上，不得在实验室内吃东西。
- (3) 爱护实验设备，轻拿轻放。在老师讲解后才能动手操作。并且在动手前应仔细阅读实验注意事项和操作说明。
- (4) 如实记录实验数据，不得篡改、抄袭。
- (5) 实验数据经指导老师签字、实验设备整理好后方可离开。

注意事项：

1. 爱护光学元件，光学实验中使用的绝大部分光学元件都是玻璃制成的，光学表面经过精心抛光。使用时要轻拿、轻放，避免碰撞、损坏元件。任何时候都不要用手触及光学表面（镀膜片或光在此表面反射或折射），只能拿磨砂面（光线不经过的面一般都磨成毛面，如透镜的侧面，棱镜的上下底面等），不要对着光学元件表面说话、咳嗽、打喷嚏等。
2. 本实验用到激光，请注意安全，不要让强光射入人眼。

傅里叶光学实验

傅里叶光学原理最早可以追溯到 1893 年阿贝 (Abbe) 为了提高显微镜的分辨本领所做的努力。他提出一种新的相干成象的原理,以波动光学衍射和干涉的原理来解释显微镜的成象的过程,解决了提高成像质量的理论问题。1906 年波特 (Porter) 用实验验证了阿贝的理论。1948 年全息术提出,1955 年光学传递函数作为像质评价兴起,1960 年由于激光器的出现使相干光学的实验得到重新装备,因此从上世纪四十年代起古老的光学进入了“现代光学”的阶段,而现代光学的蓬勃发展阶段是从上世纪六十年代起开始。由于阿贝理论的启发,人们开始考虑到光学成像系统与电子通讯系统都是用来收集、传递或者处理信息的,因此上世纪三十年代后期起电子信息论的结果被大量应用于光学系统分析中。两者一个为时间信号,一个是空间信号,但都具有线性性和不变性,所以数学上都可以用傅立叶变换的方法。将光学衍射现象和傅立叶变换频谱分析对应起来,进而应用于光学成像系统的分析中,不仅是以新的概念来理解熟知的物理光学现象,而且使近代光学技术得到了许多重大的发展,例如泽尼克相衬显微镜,光学匹配滤波器等等,因此形成了现代光学中一门技术性很强的分支学科—傅里叶光学。

待研究问题:

1. 什么是空间频谱? 如何使用透镜观察物面的空间频谱? 他与物品函数的傅里叶变化有什么联系。
2. 什么是空间滤波? 在空间频谱面上进行空间滤波操作与像面关系如何?
3. 用透镜观察物面的空间频谱与夫琅禾费衍射有何关系。

实验原理:

我们知道一个复变函数 $f(x, y)$ 的傅立叶变换为:

$$F(u, v) = \mathfrak{F}\{f(x, y)\} = \iint f(x, y) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy \quad (1)$$

$F(u, v)$ 叫作 $f(x, y)$ 的傅立叶变换函数或频谱函数。它一般也为复变函数, $f(x, y)$ 叫做原函数, 也可以通过求 $F(u, v)$ 逆傅立叶变换得到原函数 $f(x, y)$:

$$f(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}\{F(u, v)\} = \iint F(u, v) \exp[i2\pi(ux + vy)] du dv \quad (2)$$

在光学系统中处理的是平面图形, 当光波照明图形时从图形反射或透射出来的光波可用空间二维复变函数 (简称空间函数) 来表示。在这些情况下一般都可

以进行傅里叶变换或广义的傅里叶变换。逆傅里叶变换公式 (2) 说明一个空间函数 $f(x,y)$ 可以表示成无穷多个基元函数 $\exp[i2\pi(ux+vy)]$ 的线性迭加, $F(u,v)dudv$ 是相应于空间频率 u,v 的权重, $F(u,v)$ 称为 $f(x,y)$ 的空间频谱。

为了下面的说明更方便, 介绍几个常用的非初等函数和它们的性质:

$$(1) \text{ 矩形函数: } \text{rect}\left(\frac{x-x_0}{a}\right) = \begin{cases} 1 & \left|\frac{x-x_0}{a}\right| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (3)$$

它以 x_0 为中心, 宽度为 a ($a>0$), 高度为 1, 两维矩形函数可以表示为两个一维矩形函数的乘积: $\text{rect}\left(\frac{x-x_0}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y-y_0}{b}\right)$

$$(2) \text{ sinc 函数: } \text{sinc}\left(\frac{x-x_0}{a}\right) = \frac{\sin\pi\left(\frac{x-x_0}{a}\right)}{\pi\left(\frac{x-x_0}{a}\right)} \quad (4)$$

$$(3) \text{ 圆域函数: } \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{a}\right) = \begin{cases} 1 & \sqrt{x^2+y^2} \leq a \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (5)$$

(4) δ 函数: δ 函数用来表示物理上的点光源, 它是一个广义函数。它的定义式为:

$$\delta(x,y) = \begin{cases} \infty & x=0, y=0 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{或 } \iint \delta(x,y)\phi(x,y)dxdy = \phi(0,0) \quad (7)$$

其中 $\phi(x,y)$ 叫做检验函数, 要求为连续、可微函数。

δ 函数的性质:

a. 筛选性质: 设函数 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 连续, 则有

$$\iint f(x,y)\delta(x-x_0,y-y_0)dxdy = f(x_0,y_0) \quad (8)$$

b. 坐标缩放性质: 设 a, b 为实常数, 则有

$$\delta(ax,by) = \frac{1}{|ab|} \delta(x,y) \quad (9)$$

c. 可分离变数性:

$$\delta(x,y) = \delta(x)\delta(y) \quad (10)$$

d. 与普通函数乘积的性质：设函数 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 连续，则有

$$f(x,y)\delta(x-x_0, y-y_0) = f(x_0,y_0)\delta(x-x_0, y-y_0) \quad (11)$$

(5)梳状函数：

一维梳状函数定义为： $comb(ax) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - \frac{n}{a})$ 其中 n 为整数。 (12)

二维梳状函数定义： $comb(ax,by) = comb(ax)comb(by)$ (13)

在光学成像的过程中如果将一个平面图形放在一个理想的透镜(傅立叶变换透镜)的前焦平面上，在透镜的后焦平面就可以得到它的准确的傅立叶变换，即得到它的频谱函数。反之如果将一个平面图形的频谱放在一个理想的透镜的前焦平面上，在透镜的后焦平面就可以得到此平面图形(不过图形的坐标要反转)。从电子学的通讯理论我们知道，如果对信号的频谱进行处理(如滤波处理)再将信号还原就可以改变信号的性质，如去除信号的噪声等等。因此等效地可以在透镜的后焦平面上放置各种形状和光阑改变图形的频谱，再对此图形用第二个透镜成像就可以对图形进行处理，得到经过处理的图形。这个过程叫作光学信息处理，在透镜的后焦平面上放置的光阑叫做空间滤波器。

函数	变换式
$exp[-\pi(x^2+y^2)]$	$exp[-\pi(u^2+v^2)]$
$rect(x)rect(y)$	$Sinc(u)sinc(v)$
$\delta(x,y)$	1
$exp[j\pi(x+y)]$	$\delta(u-1/2,v-1/2)$
$Comb(x)comb(y)$	$Comb(u)comb(v)$
$Circ(r) \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$	$J_1(2\pi\rho)/\rho \quad \rho = \sqrt{u^2 + v^2}$ 注： $J_1()$ 为一阶贝塞尔函数

表 1 常用的几种函数的傅里叶变换式

最典型的空间滤波系统包括两个透镜(光学信息处理系统或傅立叶光学变换系统)叫作 4f 系统，如图 1 所示，

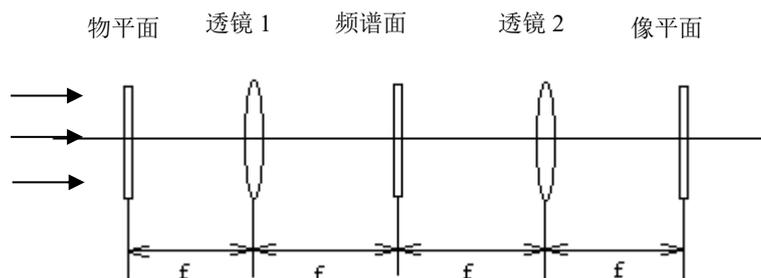


图 1 4f 系统光路

激光经过扩束准直形成平行光照明物平面(其坐标为 x_1, y_1)，透过物平面的光的复振幅为物函数 $f(x_1, y_1)$ ，这一光波透镜 1 到达后焦平面（频谱面）就得到物函数的频谱，其坐标为 (u, v) ，再经透镜 2 在透镜 2 的象平面上可以得到与物相等大小完全相似但坐标完全反转的象，设其坐标为 (x_2, y_2) 。此时我们将坐标完全反转后可以认为得到原物的完全相同的象。

关于物平面和频谱面的尺寸大小的问题是实验中很重要的。为了便于问题的讨论，假定物平面和频谱面的坐标单位相同，物函数 $f(x_1, y_1)$ 的坐标 x_1, y_1 和频谱函数 $F(u, v)$ 的坐标 u, v 的关系为 $u = \frac{x_1}{\lambda f}, v = \frac{y_1}{\lambda f}$ ，其中 λ 为光的波长， f 为透镜的焦距。以矩孔为例，如果矩孔的长为 a ，宽为 b ，则频谱面得到的衍射图形即矩孔的频谱为：

$$F(u, v) = A_0 \frac{\sin \pi a u}{\pi a u} \frac{\sin \pi b v}{\pi b v} \quad (14)$$

这里矩孔的函数表达式为 $\text{rect}(\frac{x}{a})\text{rect}(\frac{y}{b})$ ，根据前面的傅里叶变换的缩放性质和表 1 可以推得式(14)

由此可以计算出频谱面上中央主极大（图 2 右图中央的方斑）的宽度为 $\frac{\lambda f}{a}$ ，高度为 $\frac{\lambda f}{b}$ 。可以知道频谱面尺寸的大小与物平面图形尺寸成反比，与透镜焦距 f 成正比，所以为了得到较大尺寸的频谱图用于完成实验的透镜的焦距要求较长。图 2 右图所画的不是物函数的频谱，而是其功率谱。因为任何光的探测器都只能对光强有反映，所以我们观察到的只是频谱的强度分布即模的平方——功率谱。对方孔来说其频谱与功率谱的尺寸相同。

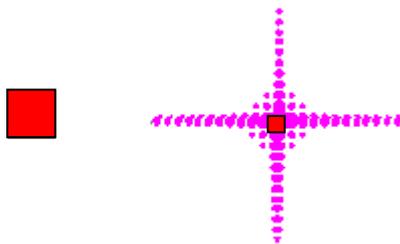


图2 矩形透光孔和它的频谱图

空间滤波器由于其特性和功能不同可以进行不同的分类,按其功能可以分为:

1. 低通滤波: 在频谱面上放如图 3(1)所示的光阑, 只允许位于频谱面中心及附近的低频分量通过, 可以滤掉高频噪音。
2. 高通滤波: 在频谱面上放如图 3(2)所示的光阑, 它阻挡低频分量而让高频分量通过, 可以实现图像的衬度反转或边缘增强。
3. 带通滤波: 在频谱面上放如图 3(3)所示的光阑, 它只允许特定区域的频谱通过, 可以去掉随机噪音。
4. 方向滤波: 在频谱面上放如图 3(4)或(5)所示的光阑, 它阻挡或允许特定方向上的频谱分量通过, 可以突出图像的方向特征。

以上滤波光阑因透光部分是完全透光, 不透光部分是将光全部挡掉, 所以称作“二元振幅滤波器”。

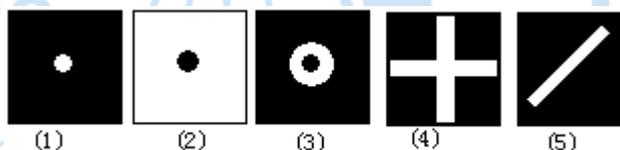


图3 各种形式的空间滤波器

还有各种其他形式的滤波器, 如: “振幅滤波器”、“相位滤波器”和“复数滤波器”等。

5. 相幅滤波器: 是将位相转变为振幅的滤波器, 它的重要应用就是把“位相物体”显现出来, 所谓位相物体是指那些只有空间的位相结构而透明度却一样的透明物体。如生物切片、油膜、热塑等, 它们只改变入射光的位相而不影响其振幅。所以人眼不能直接看到透明体中的位相分布也就是它们的形状和结构, 利用相幅转换技术就能使人眼看到透明体的形状和结构, 从而扩展了人眼的视觉功能。

为了实验的便利常常利用一个透镜完成空间滤波实验(阿贝成像装置):

如图 4 所示, 这个装置最早是由阿贝 (Abbe) 于 1893 年提出的。1906 年波特 (Porter) 用实验验证了阿贝的理论, 科学地说明了成像质量与系统传递的空间频谱之间的关系。

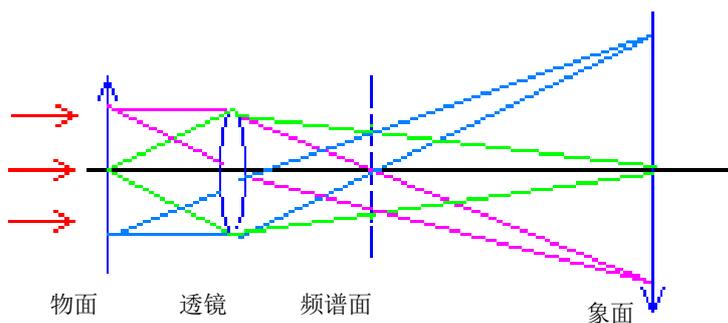


图4 一个透镜的傅里叶变换系统

在这种情况下，由于物面与透镜的前焦平面不重合，根据傅立叶光学的理论可以知道在透镜的后焦平面上得到的不是物函数的严格的傅立叶变换（频谱），不过只有一个位相因子的差别，对于一般情况的滤波处理可以不考虑。这个光路的优点是光路简单，是显微镜物镜成像的情况—可以得到很大的象以便于观察，这正是阿贝当时要改进显微镜的分辨本领时所用的光路。

实验内容：

1.测小透镜的焦距 f_1 （傅里叶透镜 $f_2=45.0\text{CM}$ ）。

光路：自行设计，可使用多种方法。

2. 夫琅和费衍射：

光路：激光器-扩束系统（可选）→光栅→屏（此光路需满足远场近似）

（1）利用夫琅和费衍射测量一维光栅常数；

光栅方程： $d \sin \theta = k \lambda$ 其中, $k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

请自己选择待测量的量并设计求光栅常数的方法。

记录一维光栅的衍射图样、可看到哪些级？强度分布如何？记录 0 级、 ± 1 级、 ± 2 级光斑的位置并计算一维光栅的光栅常数；

（2）记录二维光栅的衍射图样，并结合理论定性解释。

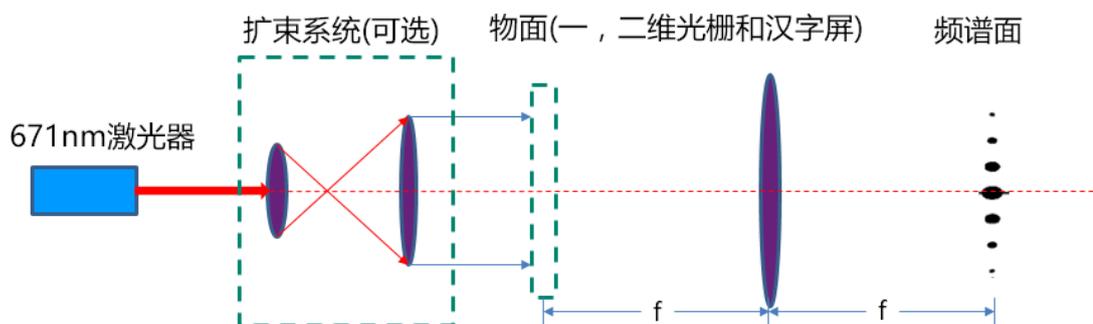


图 5 实验光路图

3. 观察并记录下述傅立叶频谱面上不同滤波条件的图样或特征；

光路：激光器→扩束系统→光栅→小透镜→滤波范本（位于空间频谱面上）
→观察屏

思考：空间频谱面在距小透镜多远处？图样应是何样？

(1) 一维光栅：（滤波范本自制，一定要注意戴眼镜保护；可用一张纸，一根针扎孔来制作，也可用其他方法）。

- a. 滤波范本只让 0 级通过；
- b. 滤波范本只让 0、 ± 1 级通过；
- c. 滤波范本只让 0、 ± 2 级通过；

(2) 二维光栅：

- a. 滤波范本只让含 0 级的水平方向一排点阵通过；
- b. 滤波范本只让含 0 级的竖直方向一排点阵通过；
- c. 滤波范本只让含 0 级的与水平方向成 45° 一排点阵通过；
- d. 滤波范本只让含 0 级的与水平方向成 135° 一排点阵通过。

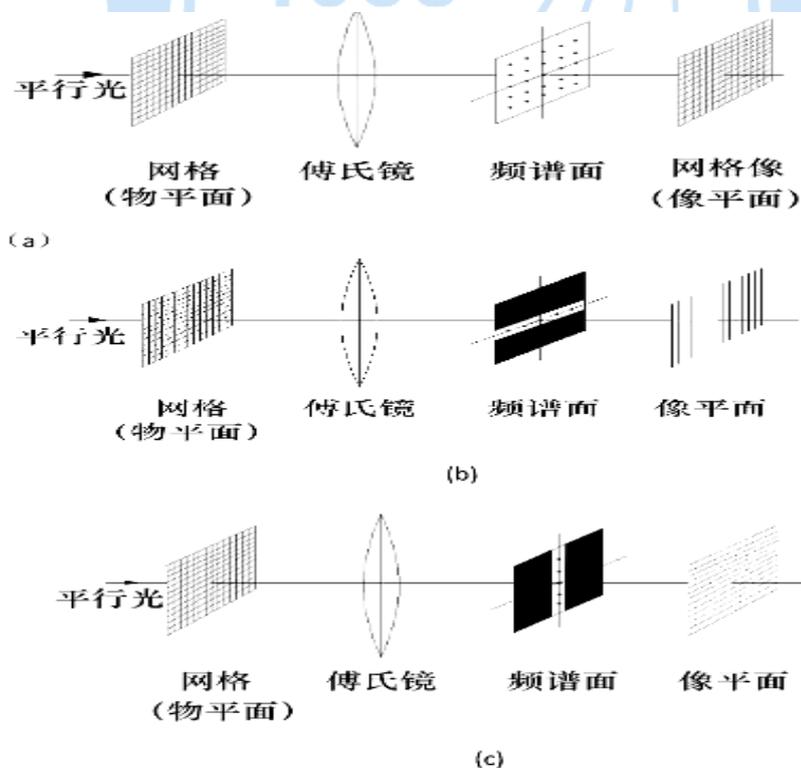


图 7 二维光栅的空间滤波

4. 汉字屏滤波：

物面上是规则的光栅和一个汉字组成迭加，在实验中我们要得到如下结果：

- a. 在象面上仅看到一个汉字，笔画中没有条纹；应如何操作？写出相应过程。
- b. 如何操作可看到像面上是汉字笔画中仅有横条纹，或仅有竖条纹。

实验仪器：



图 8 实验仪器图

思考题：

1. 在实验内容 3 (1) 中如果挡掉频谱面上零级光斑，让所有高级衍射光斑透过，在像平面得到的像是什么样的？分析以下情况 a. 光栅透光缝 $a <$ 光栅周期 $d/2$ ，b. 光栅透光缝 $a >$ 光栅周期 $d/2$ ，c. 光栅透光缝 $a =$ 光栅周期 $d/2$ 。

2. 简述阿贝成像原理，实验中我们是如何检验阿贝成像原理的？

3. 请说明若要自己组装一个准直光扩束镜，请给出利用两个光学元件的组装方法，画出光路图。

参考文献

- [1] J.W. 顾德门着，詹达三等译，《傅里叶光学导论》，科学出版社，1979 年，北京。
- [2] 苏显渝、李继陶编着，《信息光学》，科学出版社，2000 年，北京。
- [3] 宋菲君编着，《近代光学信息处理》，北京大学出版社，2001 年，北京。

实验报告模板

实验目的：

实验原理：（用自己的话说明，不超过一页纸。）

实验仪器：

实验数据分析：

1. 测量小透镜的焦距 f 。

光路图和测量过程说明：

测量数据和计算：

2. 选择仪器搭建光路观察光栅的夫琅和费衍射并通过测量计算一维光栅的光栅常数。

光路图(请标出各光学元件间距)：

实验中一维光栅的夫琅禾费衍射图样的衍射点强度分布如何？给出解释：

给出一维光栅常数的测量和计算方法，测量数据和计算结果：

3. 选择合适的仪器搭建光路观察并记录下傅立叶频谱面上不同滤波条件下观察到像平面像的情况并解释实验现象。

实验光路图(请标出各光学元件测量间距)：

对于一维光栅

- a. 滤波范本只让 0 级通过。
- b. 滤波范本只让 0、 ± 1 级通过。
- c. 滤波范本只让 0、 ± 2 级通过。

在以上三种情况下分别画出像平面的图像并描述特点和进行解释。

二维光栅：

- a. 滤波范本只让含 0 级的水平方向一排点阵通过。
- b. 滤波范本只让含 0 级的竖直方向一排点阵通过。

在以上两种情况下分别画出像平面的图像并描述特点和进行解释。

4. 汉字屏滤波：

对于第 3 部分中的光路若物面上是规则的光栅和一个汉字组成迭加屏，若我们要得到如下结果应如何操作？写出相应操作过程：

- a. 在像面上仅看到一个汉字，笔画中没有条纹。

- b. 像面上汉字笔画中仅有横条纹。

思考题：

1. 在实验内容 3 (1) 中如果挡掉频谱面上零级光斑, 让所有高级衍射光斑透过, 在像平面得到的像是什么样的? 分析以下情况 a. 光栅透光缝 $a < \text{光栅周期 } d/2$, b. 光栅透光缝 $a > \text{光栅周期 } d/2$, c. 光栅透光缝 $a = \text{光栅周期 } d/2$.
2. 简述阿贝成像原理, 实验中我们是如何检验阿贝成像原理的?
3. 请说明若要自己组装一个准直光扩束镜, 请给出利用两个光学元件的组装方法, 画出光路图。

实验总结:

